1. 设V为F-线性空间, $N \subset V$为子空间. 考虑映射
$$\Phi : \{V\text{的包含}N\text{的子空间}\} \longrightarrow \{V/N\text{的子空间}\}, \qquad \Phi(W) = W/N.$$
证明Φ可逆, 其逆映射为$W/N \mapsto Q^{-1}(W/N)$, 这里$Q : V \to V/N$为商映射.
2. 设V为F-线性空间, N, W为V的子空间. 证明$(W+N)/W \cong N/(W \cap N)$.
3. 设V为F-线性空间（可以无限维）, $W \subset V$为子空间. 假设$\dim V/W = m < \infty$. 证明存在$f_1, \ldots, f_m \in V^*$满足$W = \bigcap_{i=1}^m \mathrm{Ker}(f_i)$.
4. 设V, W为F-线性空间, $T_1, T_2 \in L(V, W)$. 证明$\mathrm{Ker}(T_1) \subset \mathrm{Ker}(T_2)$的充分必要条件是存在$U \in L(W)$满足$T_2 = UT_1$.